«Методы решения тригонометрических уравнений»

Цели занятия:

Образовательные:	- рассмотреть методы решения тригонометрических уравнений
Воспитательные:	- воспитание самостоятельности и ответственности за свои знания - стимулирование трудолюбия
Развивающие:	- развитие умения анализировать - развитие умений составлять план ученых действий

Задачи занятия: отработать навык решения тригонометрических уравнений различными способами.

Планируемый результат: студент знает методы решения тригонометрических уравнений; знает алгоритм каждого метода. Студент умеет применять методы решения тригонометрических уравнений при решении упражнений.

Структура занятия:

1. Организованный момент.
2. Актуализация.
3. Объяснение нового материала.
4. Решение ключевых задач.
5. Решение упражнений.
6. Подведение итогов занятия. Домашнее задание.

Ход занятия:

1. Организованный момент. Приветствие учащихся. Сообщение темы и целей занятия. Проверка готовности студентов к занятию.

2. Актуализация

1) Проверка домашнего задания, разбор нерешенных заданий

2) Написать формулы для решений простейших уравнений (таблица 5)

Таблица 5

Сводная таблица для решения простейших тригонометрических уравнений

Уравнение	Формулы решения	Частные случаи
$\sin x = a$	при $\lvert a\rvert \le 1$ $x = (-1)^k \arcsin a + \pi k$, $k \in z$ при $\lvert a\rvert > 1$ - решений нет	$\sin x = 0$; $x = \pi k$, $k \in z$ $\sin x = 1$; $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in z$ $\sin x = -1$, $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in z$
$\cos x = a$	при $\lvert a\rvert \le 1$ $x = \pm \arccos a + 2\pi k$, $k \in z$ при $\lvert a\rvert > 1$ - решений нет	$\cos x = 0$; $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in z$ $\cos x = 1$; $x = 2\pi k$, $k \in z$ $\cos x = -1$; $x = \pi + 2\pi k$, $k \in z$

Продолжение таблицы 5

$tgx = a$	a - любое число $x = arctga + \pi k$,	-

	$k \in z$	
$ctgx = a$	a - любое число $x = arcctga + \pi k$, $k \in z$	-

3) Решить уравнения самостоятельно (10 минут)

Карточка 1

1) $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$

2) $2\cos\frac{x}{3} = \sqrt{3}$

3) $tg\left(3x + \frac{\pi}{2}\right) = -1$

Карточка 2

1) $\sin(2x - 1) = 0$

2) $\cos\frac{5x}{2} = \frac{3}{2}$

3) $tg\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$

Карточка 3

1) $2\sin\frac{x}{2} = 1$

2) $\cos\frac{x}{4} = -0{,}5$

3) $ctg\,5x = \frac{3}{4}$

Карточка 4

1) $\sin\left(8x - \frac{\pi}{2}\right) = -1$

2) $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$

3) $2tg\frac{x}{2} = 1$

Карточка 5

1) $2\sin\frac{x}{3} = -\sqrt{3}$

2) $\cos\left(8x - \frac{\pi}{2}\right) = -1$

3) $3ctg\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{3}$

Карточка 6

1) $\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}$

2) $\cos\left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

3) $ctgx = \frac{3 + \sqrt{2}}{2}$

Карточка 7

1) $\sin\frac{5x}{4} = 0$

2) $\cos\left(8x - \frac{\pi}{2}\right) = 0$

3) $\sqrt{3}ctg\left(8x - \frac{\pi}{2}\right) = -1$

Карточка 8

1) $\sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -1$

2) $\sqrt{2}\cos\left(5x + \frac{2\pi}{3}\right) = -1$

3) $3tg\left(5x + \frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$

Карточка 9

1) $3\sin\left(4x + \frac{\pi}{7}\right) = -\sqrt{11}$

2) $\cos\frac{3x}{4} = \frac{3}{4}$

3) $tg\left(4x + \frac{\pi}{7}\right) = -1$

3. Объяснение нового материала

1. Уравнения, сводящиеся к квадратным

В данном методе рассмотрим уравнения, которые сводятся к квадратным относительно синуса, косинуса и тангенса.

Алгоритм:

1) Записать тригонометрическое уравнение таким образом, чтобы переменная зависела от одной функции;

2) Ввести новую переменную t. Для синуса и для косинуса $t \in [-1;1]$. Для тангенса и котангенса ограничений нет.

3) Решить полученное квадратное уравнение относительно новой переменной.

4) Выбрать те значения переменной, которые принадлежат области допустимых значений исходной тригонометрической функции; те значения, которые не принадлежат, называются посторонними значениями новой переменной.
5) Вернуться к замене.
6) Записать ответ.

2. Уравнения, однородные относительно $\sin x$ и $\cos x$

Определение. Уравнение вида $a\sin x + b\cos x = 0,\ a \neq 0,\ b \neq 0$ называется однородным относительно $\sin x$ и $\cos x$.

Разделив обе части уравнения $a\sin x + b\cos x = 0,\ a \neq 0,\ b \neq 0$ на $\cos x$, получим: $atgx + b = 0$, откуда $tgx = -\frac{b}{a}$, $x = -arctg\frac{b}{a} + \pi k,\ k \in Z$.
Данные уравнения равносильны, так как $\cos x \neq 0$

Определение. Уравнение вида $a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = 0$ называется однородным относительно $\sin x$ и $\cos x$.

Если $a \neq 0$, то, разделив обе части уравнения на $\cos^2 x$, получим равносильное уравнение $atg^2 x + btgx + c = 0$, которое является квадратным относительно tgx.

3. Уравнения, решаемые разложение левой части на множители

Если тригонометрическое уравнение удается свести к уравнению, правая часть которого равна нулю, а левая представляет собой произведение нескольких множителей, то согласно свойству равенства нулю произведения это уравнение сводится к простейшим тригонометрическим уравнениям.

Все методы решения тригонометрических уравнений моно представить в виде таблицы 6.

Таблица 6

Методы решения тригонометрических уравнений

Уравнение	Метод решения	Формулы
1. Уравнение содержит только синусы или косинусы (синусы и косинусы) вида $a\sin^2 f(x) + b\sin f(x) + c = 0$ $a\cos^2 f(x) + b\cos f(x) + c = 0$ и т.д.	Уравнение сводится к квадратному (биквадратному) относительно синуса (косинуса)	$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$ $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$ $ax^2 + bx + c = 0$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

Продолжение таблицы 6

2. Однородное уравнение I степени вида $a\sin x + b\cos x = 0$ $(a \neq 0,\quad b \neq 0)$	Деление обеих частей на $\cos x \neq 0$. Получаем: $atgx + b = 0$	$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = tg\alpha$
3. Однородное уравнение II степени вида	Деление обеих частей на $\cos^2 x \neq 0$. Получаем:	$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$a\sin^2 f(x)+b\sin f(x)\cdot$ $\cdot\cos f(x)+k\cos^2 f(x)=0$	$atg^2 f(x)+btgx+k=0$	$1+tg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$
4. Уравнение вида $atgx+bctgx+c=0$	Уравнение сводится к квадратному относительно тангенса заменой $ctgx=\frac{1}{tgx}$	$tgx\cdot ctgx=1$ $ctgx=\frac{1}{tgx}$

4. Решение ключевых задач.

Пример 1. Решить уравнение $\sin^2 x+\sin x-2=0$.

Решение. Это уравнение является квадратным относительно $\sin x$. Вводим замену: $\sin x=t,\ -1\le t\le 1$. Тогда уравнение примет вид $t^2+t-2=0$. Его корни $t_1=1;\ \ t_2=-2$. Второй корень является посторонним значением новой переменной, так как $-1\le t\le 1$. Возвращаемся к замене $\sin x=1$, данное уравнение имеет корни $x=\frac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in Z$.

Ответ: $x=\frac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in Z$.

Пример 2. Решить уравнение $2\cos^2 x-5\sin x+1=0$.

Решение. На данный момент не сможем ввести замену, поэтому используя основное тригонометрическое тождество, заменим $\cos^2 x=1-\sin^2 x$. Тогда уравнение примет вид: $2(1-\sin^2 x)-5\sin x+1=0$; $2\sin^2 x+5\sin x-3=0$. Вводим замену: $\sin x=t,\ \ -1\le t\le 1$. Тогда уравнение примет вид $2t^2+5t-3=0$. Его корни $t_1=\frac{1}{2};\ \ t_2=-3$. Второй корень является посторонним значением новой переменной, так как $-1\le t\le 1$. Возвращаемся к замене $\sin x=\frac{1}{2}$, данное уравнение имеет корни $x=(-1)^k\arcsin\frac{1}{2}+\pi k,\ k\in Z$; $x=(-1)^k\frac{\pi}{6}+\pi k,\ k\in Z$.

Ответ: $x=(-1)^k\arcsin\frac{1}{2}+\pi k,\ k\in Z$; $x=(-1)^k\frac{\pi}{6}+\pi k,\ k\in Z$.

Пример 3. Решить уравнение $\cos^2 x-2\cos x-3=0$.

Решение. Это уравнение является квадратным относительно $\cos x$. Вводим замену: $\cos x=t,\ -1\le t\le 1$. Тогда уравнение примет вид $t^2-2t-3=0$. Его корни $t_1=3;\ t_2=-1$. Первый корень является посторонним значением новой переменной, так как $-1\le t\le 1$. Возвращаемся к замене $\cos x=-1$, данное уравнение имеет корни $x=\pi+2\pi k,\ k\in Z$.

Ответ: $x=\pi+2\pi k,\ k\in Z$.

Пример 4. Решить уравнение $2\sin^2 x-\cos x-1=0$.

Решение. Используя формулу $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$, получаем $2(1-\cos^2 x) - \cos x - 1 = 0$ или $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$. Вводим замену: $\cos x = t,\ \ -1 \le t \le 1$. Тогда уравнение примет вид $2t^2 + t - 1 = 0$. Его корни $t_1 = \frac{1}{2};\ \ t_2 = -1$. Оба корня удовлетворяют неравенству $-1 \le t \le 1$. Возвращаемся к замене: 1) $\cos x = \frac{1}{2}$, данное уравнение имеет корни $x = \pm\arccos\frac{1}{2} + 2\pi k,\ k \in Z$; $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in Z$; 2) $\cos x = -1$, данное уравнение имеет корни $x = \pi + 2\pi k,\ k \in Z$.

Ответ: $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in Z$; $x = \pi + 2\pi k,\ k \in Z$.

Пример 5. Решить уравнение $3tg^2 x + 5tgx - 2 = 0$.

Решение. Это уравнение является квадратным относительно tgx. Вводим замену: $tgx = t$. Тогда уравнение примет вид $3t^2 + 5t - 2 = 0$. Его корни $t_1 = \frac{1}{3};\ \ t_2 = -2$. Возвращаемся к замене:

1) $tgx = \frac{1}{3}$, данное уравнение имеет корни $x = arctg\,\frac{1}{3} + \pi k,\ k \in Z$;

2) $tgx = -3$, данное уравнение имеет корни $x = -arctg\,2 + \pi k,\ k \in Z$.

Ответ: $x = arctg\,\frac{1}{3} + \pi k,\ k \in Z$; $x = -arctg\,2 + \pi k,\ k \in Z$.

Пример 6. Решить уравнение $tgx - 2ctgx + 1 = 0$.

Решение. Так как $ctgx = \frac{1}{tgx}$, то уравнение можно записать в виде $tgx - \frac{2}{tgx} + 1 = 0$. Умножив обе части уравнения на tgx, получаем $tg^2 x + tgx - 2 = 0$. Вводим замену: $tgx = t$. Тогда уравнение примет вид $t^2 + t - 2 = 0$. Его корни $t_1 = 1;\ \ t_2 = -2$. Возвращаемся к замене:

1) $tgx = 1$, данное уравнение имеет корни $x = arctg1 + \pi k,\ k \in Z$; $x = \frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in Z$;

2) $tgx = -3$, данное уравнение имеет корни $x = -arctg\,2 + \pi k,\ k \in Z$.

Ответ: $x = \frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in Z$; $x = -arctg\,2 + \pi k,\ k \in Z$.

Пример 7. Решить уравнение $7\sin x = 3\cos 2x$.

Решение. Так как $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$, то $7\sin x = 3 - 6\sin^2 x$. Отсюда получаем уравнение, $6\sin^2 x + 7\sin x - 3 = 0$. Получили квадратное уравнение относительно синуса. Вводим замену: $\sin x = t, -1 \le t \le 1$. Корнями этого квадратного уравнения являются $t_1 = \frac{1}{3}, t_2 = -\frac{3}{2}$. Второе значение новой переменной является посторонним. Возвращаемся к замене: $\sin x = \frac{1}{3}$. Отсюда $x = (-1)^k \arcsin\frac{1}{3} + \pi k, k \in Z$.

Ответ: $x = (-1)^k \arcsin\frac{1}{3} + \pi k, k \in Z$.

Пример 8. Решить уравнение $\sin x + \cos x = 0$.

Решение. Данное уравнение равносильно уравнению $tgx + 1 = 0$, откуда $tgx = -1$, $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$.

Ответ: $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$.

Пример 9. Решить уравнение $2\sin 2x - 3\cos 2x = 0$.

Решение. Данное уравнение равносильно уравнению $2tg2x - 3 = 0$, откуда $tg2x = \frac{3}{2}$, $2x = arctg\frac{3}{2} + \pi k, k \in Z$; $x = \frac{arctg\frac{3}{2}}{2} + \frac{\pi k}{2}; k \in Z$.

Ответ: $x = \frac{arctg\frac{3}{2}}{2} + \frac{\pi k}{2}; k \in Z$.

Пример 10. Решить уравнение $3\sin^2 x + 3\sin x\cos x + \cos^2 x = 0$.

Решение. Данное уравнение равносильно уравнению $3tg^2x + 3tgx + 1 = 0$, находим $tgx = -1$ и $tgx = -\frac{1}{2}$. Отсюда $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$ и $x = -arctg\frac{1}{2} + \pi k, k \in Z$.

Ответ: $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$; $x = -arctg\frac{1}{2} + \pi k, k \in Z$

Пример 11. Решить уравнение $\sin^2 x + 2\sin x\cos x - 3\cos^2 x + 2 = 0$.

Решение. Для того чтобы данное уравнение свести к однородному, необходимо воспользоваться основным тригонометрическим тождеством. Заменить $2 = 2\cdot 1 = 2(\sin^2 x + \cos^2 x)$. Запишем исходное уравнение в следующем виде: $\sin^2 x + 2\sin x\cos x - 3\cos^2 x + 2(\sin^2 x + \cos^2 x)$, откуда $3\sin^2 x + 2\sin x\cos x - \cos^2 x = 0$. Разделив обе части уравнения на $\cos^2 x$, получим уравнение $3tg^2x + 2tgx - 1 = 0$, равносильное исходному. Решая это квадратное уравнение относительно уравнение tgx, находим $tgx = \frac{1}{3}$ и $tgx = -1$. Отсюда $x = arctg\frac{1}{3} + \pi k, k \in Z$ и $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$.

Ответ: $x = arctg\frac{1}{3} + \pi k,\ k \in Z$; $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in Z$.

Пример 12. Решить уравнение $3\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 5\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 2$.

Решение. Так как $\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cos^2 x$ (по формулам приведения), то уравнение примет вид $3\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 5\cos^2 x - 2 = 0$. Заменив 2 на $2(\sin^2 x + \cos^2 x)$, получаем
$\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 3\cos^2 x = 0$. Разделив обе части полученного уравнения на $\cos^2 x$, получим $tg^2 x - 4tgx + 3 = 0$. Откуда $\mathrm{tgx} = 1$ или $\mathrm{tgx} = 3$. Из первого уравнения следует, что $x_1 = \frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in Z$, а из второго – что $\mathrm{x}_2 = arctg3 + \pi k,\ k \in Z$.

Ответ: $x_1 = \frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in Z$, $\mathrm{x}_2 = arctg3 + \pi k,\ k \in Z$.

Пример 13. Решить уравнение $\sin 2x - \sin x = 0$.

Решение. Используя формулу для синуса двойного аргумента, запишем уравнение в виде $2\sin x\cos x - \sin x = 0$.

Вынося общий множитель $\sin x$ за скобки, получаем $\sin x(2\cos x - 1) = 0$.

1) $\sin x = 0$, $x = \pi k,\ k \in Z$; 2) $2\cos x - 1 = 0$. Данное уравнение можно записать в виде $\cos x = \frac{1}{2}$, $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in Z$.

Ответ: $x = \pi k,\ k \in Z$; $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in Z$.

Пример 14. Решить уравнение $\sin 7x + \sin 3x = 3\cos 2x$.

Решение. Применяя формулу для суммы синусов, запишем уравнение в виде $2\sin 5x\cos 2x = 3\cos 2x$.

Вынося общий множитель $\cos x$ за скобки, получаем $\cos 2x(2\sin 5x - 3) = 0$.

1) $\cos 2x = 0$. Используя формулу, получаем $2x = \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z$, $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2},\ k \in Z$.

2) $2\sin 5x - 3 = 0$. Данное уравнение можно записать в виде $\sin 5x = \frac{3}{2}$. Так как $\frac{5}{2} > 1$, то уравнение не имеет корней.

Ответ: $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2},\ k \in Z$.

Пример 15. Решить уравнение $\cos 3x\cos x = \cos 2x$.

Решение. Так как $\cos 2x = \cos(3x - x) = \cos 3x \cos x + \sin 3x \sin x$, то уравнение примет вид: $\cos 3x \cos x = \cos 3x \cos x + \sin 3x \sin x$ или $\sin 3x \sin x = 0$. Отсюда

1) $\sin 3x = 0$, $x = \dfrac{\pi k}{3}, k \in Z$; 2) $\sin x = 0$, $x = \pi k, k \in Z$.

Ответ: $x = \dfrac{\pi k}{3}, k \in Z$; $x = \pi k, k \in Z$

Пример 16. Решить уравнение $\sin x + \cos x + 1$.

Решение. Выразим $\sin x$ и $\cos x$ через синус и косинус половинного аргумента, то есть $\sin x = 2\sin\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2}$, $1 + \cos x = 2\cos^2\dfrac{x}{2}$. Тогда уравнение примет вид: $2\sin\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2} + 2\cos^2\dfrac{x}{2} = 0$. Вынося общий множитель $\cos\dfrac{x}{2}$, получим $\cos\dfrac{x}{2}\left(\sin\dfrac{x}{2} + \cos\dfrac{x}{2}\right) = 0$.

1) $\cos\dfrac{x}{2} = 0$, $\dfrac{x}{2} = \dfrac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$, $x = \pi + 2\pi k, k \in Z$;

2) $\sin\dfrac{x}{2} + \cos\dfrac{x}{2} = 0$. Данное уравнение равносильно уравнению $tg\dfrac{x}{2} + 1 = 0$, откуда $tg\dfrac{x}{2} = -1$, $\dfrac{x}{2} = -\dfrac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$, $x = -\dfrac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$.

Ответ: $x = \pi + 2\pi k, k \in Z$; $x = -\dfrac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$.

Пример 17. Решить уравнение $\cos 2x = \sin^2 x$.

Решение. Заменив $\sin^2 x = \dfrac{1 - \cos 2x}{2}$, получим уравнение, в котором имеется только одна функция: $\cos 2x = \dfrac{1 - \cos 2x}{2}$ или $3\cos 2x = 1$. Данное уравнение можно записать в виде $\cos 2x = \dfrac{1}{3}$. Откуда получаем $2x = \pm\arccos\dfrac{1}{3} + 2\pi k, k \in Z$, $x = \pm\dfrac{1}{2}\arccos\dfrac{1}{3} + \pi k, k \in Z$.

Ответ: $x = \pm\dfrac{1}{2}\arccos\dfrac{1}{3} + \pi k, k \in Z$.

Пример 18. Решить уравнение $\sin 6x \cos 2x = \sin 5x \cos 3x$.

Решение. Преобразует произведения тригонометрических функций в суммы: откуда $\sin 4x = \sin 2x$ или $\sin 4x - \sin 2x = 0$. По формуле разности синусов имеем $2\sin x \cos 3x = 0$.

1) $\sin x = 0$, $x = \pi k, k \in Z$; 2) $\cos 3x = 0$, $3x = \dfrac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$

$x=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi k}{3}, k \in Z$.

Ответ: $x=\pi k, k \in Z$; $x=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi k}{3}, k \in Z$.

Пример 19. Решить уравнение $\frac{\sin 2x}{1-\cos 2x}=\frac{1+\cos 2x}{2\cos x}$.

Решение. Так как $\frac{\sin 2x}{1-\cos 2x}=\frac{2\sin x\cos x}{2\sin^2 x}=\frac{\cos x}{\sin x}$, $\frac{1+\cos 2x}{2\cos x}=\frac{2\cos^2 x}{2\cos x}=\cos x$, то данное уравнение примет вид $\mathrm{cosx}=\frac{\mathrm{cosx}}{\mathrm{sinx}}$, откуда $\mathrm{cosx}(\mathrm{sinx}-1)=0$. Следовательно, $\mathrm{cosx}=0$ или $\mathrm{sinx}-1=0$. Из уравнения $\mathrm{cosx}=0$ получаем $\mathrm{x}=\frac{\pi}{2}+\pi k, k \in Z$. Из уравнения $\mathrm{sinx}-1=0$ находим $\mathrm{x}=\frac{\pi}{2}+\pi k, k \in Z$. Правая часть уравнения при $\mathrm{x}=\frac{\pi}{2}+\pi k, k \in Z$ теряет смысл, поэтому все найденные значения неизвестного не являются корнями исходного уравнения.

Ответ: данное уравнение не имеет корней.

5. Решение упражнений.

Задание 1. Решить уравнения

1) $\sin^2 x-2\sin x-3=0$;
2) $2\cos^2 x+4\sin^2 x-3=0$;
3) $2(\cos^2 x-\sin^2 x)=1$;
4) $2\sin^2 x-5\sin x+1=0$;
5) $2\cos^2 x-5\cos x+1=0$;
6) $ctg^2 x-ctgx-2=0$;
7) $tg^2 x+2tgx-3=0$;
8) $tg^2 x-ctgx-12=0$;
9) $2\sin^2 x+3\cos x=0$;
10) $\sin^4 x-\cos^2 x=0{,}5$.

Задание 2. Решить уравнения

1) $\sin 2x+5\cos 2x=0$;
2) $\sin 3x-\sqrt{3}\cos 3x=0$;
3) $4\sin x+5\cos x=0$;
4) $\cos^2 x-5\sin x\cos x+2=0.$;
5) $\sin x\cos x+2\sin^2 x=\cos^2 x$;
6) $3\sin^2 x=2\sin x\cos x+\cos^2 x$;
7) $\sin^2 x-3\sin x\cdot\cos x+2\cos^2 x=0$;
8) $\sin^2 x-4\sin x\cos x+5\cos^2=2$;
9) $3\sin^2 x-4\sin x\cos x+5\sin^2\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-2=0$.

Задание 3. Решить уравнения:

1) $\sin 4x=\sin 2x$;
2) $\sin 5x+\sin x=5\sin 3x$;
3) $\cos 2x-\cos x\cos 3x=0$;
4) $\sin 3x\cos x=\sin 2x$;
5) $\cos 4x+\cos x=0$;
6) $(\sin x-1)tgx=0$;
7) $2\cos xctg3x=ctg3x$;
8) $\cos 3x=\sin x$.

6. Подведение итогов занятия. Выставление оценок. Домашнее задание выучить теоретический материал, задание 1 (2,4,6), задание 2 (1,9), задание 3 (7,8).